**El significado geométrico de las funciones trigonométricas**

Hola. En este video les voy a explicar el significado geométrico de las 6 funciones trigonométricas básicas: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

**SENO Y COSENO**

En un plano cartesiano, dibuja una circunferencia de radio 1 centrada en el origen. Está formada por todos los puntos (x, y) tales que x^2 + y^2 = 1.

Elige un punto P de la circunferencia. Este forma un ángulo con el eje X positivo, que llamaremos alfa. La pregunta es la siguiente: ¿cuáles son las coordenadas de este punto? ¿Cómo expresamos x e y en función del ángulo alfa?

Voy a introducir la función seno, y vamos a decir que la coordenada y es igual al seno del ángulo alfa. Pero, ¿qué significa exactamente el seno de un ángulo?

La palabra "seno" en realidad viene de un error al traducir una palabra árabe que significaba "mitad de cuerda". Recuerda que una cuerda es un segmento que une dos puntos de una circunferencia. Si reflejas el punto P respecto al eje X, y lo unes con su reflejo P', este segmento PP' es una cuerda de la circunferencia. La mitad de esta cuerda es lo que llamamos "seno", y en este caso nos da la coordenada y. Entonces el seno de un ángulo alfa es la medida de la mitad de cuerda que le corresponde al ángulo, cuando el radio es 1.

Si y es igual al seno de alfa, entonces ¿qué es x?

Si te fijas, también es el seno, o mitad de cuerda, de algún ángulo. Este ángulo es 90° - alfa, así que x es igual al seno de 90° - alfa, o el seno del ángulo complementario a alfa. Al SENO del COmplementario le llamamos "coseno". Luego podemos decir que x es el coseno de alfa. Definimos el "coseno" como la función complementaria al seno: el coseno de alfa es igual al seno del ángulo complementario a alfa.

Entonces, si tenemos en la circunferencia unitaria un punto P que forma un ángulo alfa con el eje X positivo, entonces sus coordenadas van a ser x = cos(alfa) e y = sen(alfa).

El coseno se suele dibujar debajo del ángulo alfa, porque así forma un triángulo rectángulo junto con el seno y el radio 1. Por teorema de Pitágoras, obtenemos la primera propiedad importante, que dice que el coseno de alfa al cuadrado, más el seno de alfa al cuadrado, es igual a 1. O escrito de otra forma, coseno cuadrado de alfa más seno cuadrado de alfa es igual a 1.

Todo esto es para circunferencias de radio 1. Pero si tenemos una de un radio R cualquiera, entonces la mitad de cuerda del ángulo alfa mide Rsen(alfa), y la del ángulo complementario a alfa mide Rcos(alfa).

Es decir, que en una circunferencia cualquiera, el seno de un ángulo alfa es la razón entre la mitad de cuerda de ese ángulo y el radio R de la circunferencia, y el coseno es la razón entre la mitad de cuerda del ángulo complementario y el radio R.

Como se forma un triángulo rectángulo, también podemos definir las funciones seno y coseno para ángulos en triángulos rectángulos. El seno sería entonces la razón entre el cateto opuesto al ángulo alfa y la hipotenusa del triángulo, mientras que el coseno sería la razón entre el cateto adyacente a alfa y la hipotenusa.

Mucho ojo, que esto último solo funciona para ángulos entre 0 y 90°.

**TANGENTE Y SECANTE**

Toma una circunferencia de radio 1, dibuja un ángulo central alfa, elige uno de los extremos del arco que abarca alfa y dibuja una recta tangente a la circunferencia en ese punto que escogiste. Ahora toma el otro extremo y prolonga el lado del ángulo hasta que intersecte la recta.

El trozo de tangente abarcado por el ángulo alfa, es lo que vamos a llamar "tangente de alfa", mientras que el lado de alfa que prolongaste hasta la recta tangente y que atraviesa la circunferencia, lo vamos a llamar "secante de alfa".

Como la tangente es perpendicular al radio, estos tres segmentos, el radio 1, la tangente y la secante, forman un triángulo rectángulo. Si usas el teorema de Pitágoras, obtienes que 1 + tan^2(alfa) = sec^2(alfa).

Pero además, este triángulo rectángulo es semejante al que forman el coseno, el seno y el radio 1. Entonces puedes formar proporciones entre los lados de los triángulos para encontrar los valores de la tangente y la secante en función del seno y coseno de alfa.

La primera proporción importante es que la tangente es al radio 1, como el seno es al coseno. Y la otra es que la secante es al radio 1, como el radio 1 es al coseno.

En otras palabras, la tangente es la razón entre el seno y el coseno, y la secante es recíproca al coseno.

Ahora, en una circunferencia de radio R, el trozo de tangente que abarca alfa mide Rtan(alfa), y el lado de alfa que corta la circunferencia mide Rsec(alfa). En general, la tangente de alfa es la razón entre el segmento de tangente abarcado por el ángulo y el radio R, mientras que la secante es la razón entre el segmento secante y el radio R.

Como estos tres segmentos forman un triángulo rectángulo, también se pueden definir la tangente y secante en estos triángulos, diciendo que la tangente es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente a alfa, y la secante es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente.

**COTANGENTE Y COSECANTE**

De la misma manera que el seno tiene una función complementaria, que es el coseno, a la tangente le corresponde la cotangente, y a la secante le corresponde la cosecante. La cotangente de alfa se define como la tangente del ángulo complementario a alfa, y su cosecante es la secante del ángulo complementario.

De nuevo la cotangente, el radio 1 y la cosecante forman un triángulo rectángulo. Por Pitágoras, cot^2(alfa) + 1 = csc^2(alfa). Además este triángulo es semejante al que forman el seno, el coseno y el radio 1.

Así que también podemos establecer proporciones entre los dos y decir que la cotangente es a 1 como el coseno es al seno, y que la cosecante es a 1 como 1 es al seno. Entonces, podemos decir que la cotangente es la razón entre el coseno y el seno, siendo recíproca a la tangente. Por otra parte, la cosecante es recíproca al seno.

En una circunferencia de radio R, el trozo de tangente que abarca el ángulo complementario a alfa es Rcot(alfa), y el lado de ese ángulo que es secante a la circunferencia mide Rcsc(alfa).

En un triángulo rectángulo, podemos decir que la cotangente es la razón entre el cateto adyacente y el cateto opuesto a alfa, mientras que la cosecante es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto.

**RESUMEN**

Resumiendo, vimos que en una circunferencia de radio 1 el seno de un ángulo es la mitad de cuerda que abarca este ángulo, y su coseno es la mitad de cuerda que le corresponde al ángulo complementario. La tangente es el segmento de recta tangente que abarca alfa, y la cotangente es lo mismo pero para el complemento de alfa. La secante es el lado del ángulo alfa que es secante a la circunferencia, y la cosecante es su complemento. Estos segmentos cumplen las siguientes identidades pitagóricas: cos^2(alfa) + sen^2(alfa) = 1, 1 + tan^2(alfa) = sec^2(alfa), y cot^2(alfa) + 1 = csc^2(alfa).

Sin embargo, estas definiciones tienen sentido cuando el ángulo alfa está entre 0 y 90°, cuando el punto P está en el primer cuadrante. Si estuviera en el segundo o tercer cuadrante donde x es negativo, el coseno de alfa también sería negativo. Y si estuviera en el tercer o cuarto cuadrante donde y es negativo, el seno sería negativo también. En esos casos el seno y el coseno no serían precisamente medidas de mitades de cuerda, porque estas siempre son positivas. Esto también afecta los valores de las demás funciones trigonométricas.

Este video solo tiene la intención de mostrar una visión geométrica a estas funciones, para ayudar a entenderlas y así trabajar mejor con ellas. Espero que les haya ayudado, y nos vemos en el próximo video. Hasta pronto.